

# Programme du GDR AMA 2021

MC : Mini-cours (1h30 par session).

EXP : Exposés (40 minutes par session).

## Lundi 27 septembre

9 :00-9 :20	<b>Introduction</b>		
9 :20-10 :00	EXP	<b>Arnaud Durand</b> Université Paris-Saclay	Recouvrements aléatoires.
10 :00-10 :40	EXP	<b>Pierre Frankhauser</b> Université de Bourgogne Franche-comté	Multifractalité, tapis de Sierpinski et tissus urbains.
10 :40-11 :10	<b>Pause</b>		
11 :10-11 :50	EXP	<b>Xiong Jin</b> University of Manchester	Furstenberg's sunset conjecture with Mandelbrot percolations.
11 :50-12 :30	EXP	<b>Florent Bouly</b> Université de Lille	Sur le comportement local des trajectoires des processus multifractionnaires de Surgailis.
12 :30-15 :00	<b>Pause déjeuner</b>		
15 :00-15 :40	EXP	<b>Bertrand Duplantier</b> Université Paris-Saclay	.
15 :40-16 :20	EXP	<b>Guilhem Brunet</b> Université de Paris	<i>Dimensions of "self-affine sponges" invariant under the action of multiplicative integer.</i>
16 :20-17 :00	EXP	<b>Thomas Lamby</b> Université de Liège	Espaces de Calderon-Zygmund généralisés.
17 :00-17 :30	<b>Pause</b>		
17 :30-18 :10	EXP	<b>Samuel Nicolay</b> Université de Liège	A refinement of the $S^\nu$ -based multifractal formalism.
18 :10-18 :50	EXP	<b>Maxence Phalempin</b> Université de Brest	<i>Auto-intersections des trajectoires en temps longs du flot d'un gaz de Lorentz <math>\mathbb{Z}</math>-périodique.</i>
19 :00	<b>Cocktail d'arrivée</b>		

## Mardi 28 septembre

9 :00-10 :30	MC	<b>Jean-René Chazottes</b> Ecole polytechnique	<i>Théorèmes limites et inégalités de concentration pour des mesures de Gibbs 1.</i>
10 :30-11 :00	<b>Pause</b>		
11 :00-12 :30	MC	<b>Patrice Abry</b> ENS de Lyon	<i>Analyse multifractale pratique 1.</i>
12 :30-15 :00	<b>Pause déjeuner</b>		
15 :00-15 :40	EXP	<b>Jacques Peyrière</b> Université Paris-Saclay	<i>Dualité et machines de Moore.</i>
15 :40-16 :20	EXP	<b>Christopher Cabezas</b> Université d'Amiens	<i>Homomorphisms between multidimensional constant-shape substitutions.</i>
16 :20-17 :00	EXP	<b>Lorena León Arencibia</b> Université de Toulouse	<i>A Bayesian framework for bivariate multifractal analysis.</i>
17 :00-17 :30	<b>Pause</b>		
17 :30-18 :10	EXP	<b>Arman Molla</b> Université de Liège	<i>Etude de la régularité höldérienne des fonctions sur les groupes de Lie unimodulaires.</i>
18 :10-18 :50	EXP	<b>Janka Lengyel</b> Université de Paris	<i>Roughness and intermittency within metropolitan regions.</i>

## Mercredi 29 septembre

9 :00-10 :30	MC	<b>Jean-René Chazottes</b> Ecole polytechnique	<i>Théorèmes limites et inégalités de concentration pour des mesures de Gibbs 2.</i>
10 :30-11 :00	<b>Pause</b>		
11 :00-12 :30	MC	<b>Patrice Abry</b> ENS de Lyon	<i>Analyse multifractale pratique 2.</i>
12 :30-15 :00	<b>Pause déjeuner</b>		
19 :30	<b>Repas de la conférence</b>		

## Jeudi 30 septembre

9 :00-09 :40	EXP	<b>Nicolas Fournier</b> Université de Paris	Sur les collisions du système de particules de Keller-Segel.
09 :40-10 :20	EXP	<b>Charles-Gérard Lucas</b> ENS de Lyon	<i>Bootstrap for testing the equality of selfsimilarity exponents across multivariate time series.</i>
10 :20-10 :50	<b>Pause</b>		
10 :50-11 :30	EXP	<b>Guillaume Saes</b> Université de Mons	<i>Une nouvelle caractérisation des exposants de régularités ponctuelles pour les trajectoires non-localement bornées.</i>
11 :30-12 :10	EXP	<b>Nasr Ben Hadj Amor Wejdene</b> Université Paris-est	<i>Analyse multifractale des données physiologiques de coureurs marathoniens.</i>
12 :10-12 :30	<b>Conclusion</b>		

# Liste des abstracts

## Mini-cours

### Analyse multifractale pratique

*P. Abry*

MC

ENS de Lyon

.

### Théorèmes limites et inégalités de concentration pour des mesures de Gibbs

*J.R. Chazottes*

MC

Ecole Polytechnique

Nous présenterons, dans le cadre des mesures de Gibbs sur un décalage de type fini, les théorèmes limites tels que le théorème limite central et les grandes déviations, ainsi que certains de leurs raffinements, et les inégalités de concentration (et leurs applications). L'objet commun sous-jacent à ces résultats est l'opérateur de Ruelle, souvent appelé l'opérateur de Perron-Frobenius. Nous mentionnerons aussi comment ces résultats se généralisent à des systèmes dynamiques (non-)uniformément hyperboliques.

# Exposés

## Analyse multifractale des données physiologiques de coureurs marathoniens

*W. Nasr Ben Hadj*

EXP

Université Paris-est

Plusieurs méthodes pour étudier le comportement fractal ou multifractal de la fréquence cardiaque et respiratoire de l'être humain ont été proposées dans le passé. Le but de cet exposé est d'expliquer les limitations qu'elles présentent, et de proposer une nouvelle analyse basée sur des quantités multirésolutions construites à partir des coefficients d'ondelette, comme les coefficients dominants ou les  $p$ -leaders, en précisant sous quelles conditions elles peuvent s'appliquer sur ce type de données. Nous verrons qu'elles permettent notamment de mettre en évidence une évolution des spectres multifractals durant le marathon. Nous effectuerons également une analyse multifractale bivariée (c'est-à-dire appliquée conjointement aux deux signaux) afin d'étudier les corrélations entre les ensembles de singularités höldériennes des données et de tester sur cet exemples les différentes formules qui relient les spectres mono-variés et multivariés. Cette comparaison permet également de confirmer ou réfuter la pertinence des processus candidats à modéliser ces données. Ce travail est une collaboration entre Véronique Billat, Wejdene Ben Nasr, Stéphane Jaffard, Florent Palacin et Guillaume Saes.

# Sur le comportement local des trajectoires des processus multifractionnaires de Surgailis (travail joint avec Antoine Ayache)

F. Bouly

EXP

Université de Lille

Les processus multifractionnaires sont des processus stochastiques avec des accroissements non stationnaires dont la régularité locale et les propriétés d'auto-similarité changent d'un point à un autre. L'exemple paradigmatique de ces processus est le mouvement brownien multifractionnaire classique (MBM)  $\{M(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  de Benassi, Jaffard, Levy Vehel, Peltier et Roux, qui a été construit au milieu des années 1990 en remplaçant le paramètre de Hurst constant  $H$  du bien connu mouvement brownien fractionnaire par une fonction déterministe qui respecte une certaine condition de régularité désignée par (C). Plus de dix ans après, en utilisant une méthode de construction différente qui repose sur des opérateurs d'intégration et de dérivation fractionnaires non homogènes, Surgailis a introduit deux processus multifractionnaires non classiques notés  $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  et  $\{Y(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ .

L'objectif de notre exposé est de montrer que sous la condition (C) les processus  $\{M(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  et  $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  tout comme les processus  $\{M(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  et  $\{Y(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  diffèrent d'une partie plus régulière que  $\{M(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  lui-même. On en déduit ainsi que les processus multifractionnaires *non classiques*  $\{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  et  $\{Y(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$  ont exactement le même comportement local que le MBM  $\{M(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ . D'un point de vue statistique, notre résultat permet également de construire un estimateur du paramètre fonctionnel des processus de Surgailis.

## Dimensions of “self-affine sponges” invariant under the action of multiplicative integer

G. Brunet

EXP

Université de Paris

Let  $m_1 \geq m_2 \geq 2$  be integers. We consider particular subsets of the product symbolic sequence space  $(\{0, \dots, m_1 - 1\} \times \{0, \dots, m_2 - 1\})^{\mathbb{N}^*}$  that are invariant under the action of the semigroup of multiplicative integers. These sets are defined following Kenyon, Peres and Solomyak. We compute the Hausdorff and Minkowski dimensions of the projection of these sets onto an affine grid of the unit square. The proof of our Hausdorff dimension formula proceeds via a variational principle over some class of Borel probability measures on the studied sets. This extends well-known results on self-affine Sierpiński carpets, as well as the one-dimensional study of the three mentioned authors. We then generalize our results to the same subsets defined in dimension  $d \geq 2$ .

## Homomorphisms between multidimensional constant-shape substitutions

**Christopher Cabezas**

EXP

Université d'Amiens

Constant-shape substitutions are a multidimensional generalization of constant-length substitutions which have been extensively studied in the past years (criteria of ergodicity, entropy, mixing and spectral properties). In this talk we will present some recent results about the normalizer group of substitutional dynamical systems generated by constant-shape substitutions, which is a group extension of the automorphism group of a topological dynamical system, and some other related results such as rigidity properties of these homomorphisms.

.

**Bertrand Duplantier**

EXP

Université Paris-Saclay

.

## Recouvrements aléatoires

**Arnaud Durand**

EXP

Université Paris-Saclay

Nous proposons un cadre général pour l'étude des propriétés de taille et de grande intersection d'ensembles limsup obtenus à partir de systèmes de boules aléatoires, des complémentaires de ces ensembles limsup, et de leurs intersections avec des ensembles déterministes fixés. En particulier, nous estimons la dimension de tous ces ensembles aléatoires en fonction du spectre multifractal d'une mesure d'intensité associée. Cette approche permet d'unifier et d'étendre les résultats déjà connus pour de tels recouvrements aléatoires (points indépendants, processus de Poisson, orbites de systèmes dynamiques, dans un cadre homogène ou non...). Comme application, nous discuterons de l'analyse multifractale des processus additifs (à accroissements indépendants, et pas nécessairement stationnaires), et plus particulièrement de leur analyse multifractale multivariée, où l'on étudie le spectre joint avec d'autres fonctions.

## Sur les collisions du système de particules de Keller-Segel (avec Yoan Tardy)

Nicolas Fournier

EXP

Université de Paris

On considère un système de particules associé à l'équation de Keller-Segel bidimensionnelle. Il s'agit de  $N$  particules brownienne dans le plan, interagissant suivant une attraction binaire en  $\theta/(Nr)$ , où  $r$  est la distance entre deux particules. Quand l'intensité  $\theta$  de l'attraction est plus grande que 2, ce système de particules explose en temps fini, et nous étudions en détail ce qui se passe lors de l'explosion. Il y a deux scénarios légèrement différents, selon les valeurs précises de  $\theta$  et de  $N$ , en voici un : à l'explosion, il se forme un amas bien localisé de précisément  $k_0$  particules, l'entier  $k_0 \in \{5, \dots, N\}$  étant déterministe. Juste avant cette explosion, il y a une infinité de collisions (non collantes) à  $k_0 - 1$  particules. Juste avant chaque collision à  $k_0 - 1$  particules, il y a une infinité de collisions à  $k_0 - 2$  particules. Et juste avant chaque collision à  $k_0 - 2$  particules, il y a une infinité de collisions à 2 particules. Par contre, il n'y a jamais de collision à  $k$  particules, pour  $k = 3, 4, \dots, k_0 - 3$ .



## Multifractalité, tapis de Sierpinski et tissus urbains

Pierre Frankhauser

EXP

Université de Bourgogne Franche-Comté

.L'approche multifractale est souvent associée à des structures qui ont un support uniforme (1D ou 2D) et sur lesquelles on introduit des poids sur différentes parties de ce support [5]. Ces poids sont emboîtés par itération. Il s'agit ainsi de structures non-lacunaires. Il faut être conscient qu'il s'agit ainsi plutôt d'une structure auto-affine, car les facteurs de l'application itérée ne sont pas isotropes. La formalisation généralement utilisée s'appuie sur de telles structures [2,3,6].

La situation est ainsi différente de celle des tissus urbains qui sont lacunaires et pour lesquels on ne distingue souvent qu'une information binaire du type "occupé" ou "vide". La prise en compte de l'intensité d'occupation du sol, par exemple en considérant la hauteur des bâtiments et/ou la population présente ajoute une information du type signal, mais le support reste lacunaire. La présentation porte sur la formalisation multifractale dans ce contexte et compare notamment les modèles multifractales surfaciques et autosimilaires [5] à des modèles multifractales auto-affines.

(1) Abry, P.; Jaffard, S.; Wendt, H. Irregularities and Scaling in Signal and Image Processing : Multifractal Analysis. ArXiv12100482 Math 2012.

(2) Falconer, K. Fractal Geometry : Mathematical Foundations and Applications, 3rd ed.; Chichester, 2014.

(3) Feder, J. Fractals; Plenum Press, 1988.

(4) Jaffard, S.; Lashermes, B.; Abry, P. Wavelet Leaders in Multifractal Analysis. In Wavelet Analysis and Applications; Qian, T., Vai, M. I., Xu, Y., Eds.; Applied and Numerical Harmonic Analysis; Birkhäuser : Basel, 2007; pp 201-246. [https://doi.org/10.1007/978-3-7643-7778-6\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-7643-7778-6_17)

(5) Reljin, I.; Reljin, B.; Pavlovic, I.; Rakocevic, I. Multifractal Analysis of Gray-Scale Images. In 2000 10th Mediterranean Electrotechnical Conference. Information Technology and Electrotechnology for the Mediterranean Countries. Proceedings. MeleCon 2000 (Cat. No.00CH37099); 2000; Vol. 2, pp 490-493 vol.2. <https://doi.org/10.1109/MELCON.2000.879977>

(6) Halsey, T. C.; Meakin, P.; Procaccia, I. Scaling Structure of the Surface Layer

### *Furstenberg's sunset conjecture with Mandelbrot percolations*

Xiong Jin

EXP

University of Manchester

In this work we extend the strong projection result of Hochman and Shmerkin on self-affine measures to the random cascade measures case. As an application we obtain a random version of Furstenberg's sunset conjecture. This is joint work with Catherine Bruce.

## **Espaces de Calderon-Zygmund généralisés**

**Thomas Lamby**

EXP

Université de Liège

On introduit les fonctions de Boyd  $\phi$  afin de généraliser les espaces  $T_u^p(x_0)$  d'un point de vue fonctionnel. On définit pour cela les espaces  $T_\phi^p(x_0)$  pour lesquels on établira un certain nombre de résultats (complétude, densité, certaines inclusions, etc.). On généralise ensuite aux espaces  $T_\phi^p(x_0)$  le théorème de Rademacher qui affirme qu'une fonction lipschitzienne sur  $\mathbb{R}^d$  possède une différentielle totale presque partout. Pour cela, on généralise également aux espaces  $T_\phi^p(x_0)$  le théorème d'extension de Whitney.

## **Roughness and intermittency within metropolitan regions**

**Janka Lengyel**

EXP

Université de Paris

Even though the past three decades have seen numerous crucial investigations on interurban scaling-laws, there has been less focus on revealing multiscale properties within municipal or metropolitan structures. We demonstrate how a newly developed methodology stemming from the theory of multifractal systems can be used to analyse urban environments with respect to their roughness and intermittency, or in geographical terms, their density, diversity, and complexity characteristics simultaneously. To this end, apart from the widely used box-counting method, we introduce wavelet coefficients in the multiscale analysis of urban systems. We discuss how latter may also provide assistance in the transfer of concepts from statistical physics to urban systems and thereby increase methodological transparency. In more detail, the spatially continuous scanning of the three largest French conurbations over their territories and at length scales ranging from parcel to neighbourhood level, will allow us to derive and compare globally and locally characteristic scaling exponents. Depending on the feature under analysis, the resulting exponents reveal qualitatively distinct structural properties whereby the viability of our findings will be further verified on four exemplary typologies of multiscale behavior in urban structures. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Stéphane Roux, François Sémécurbe, Stéphane Jaffard, Patrice Abry.

## ***A Bayesian framework for bivariate multifractal analysis***

**Lorena Léon Arencibia**

EXP

Université de Toulouse

Multifractal analysis is a rich mathematical framework for data analysis and modeling based on the quantification of local regularity fluctuations. It has proven useful in numerous signal and image real-world applications of different nature. However, these successes have essentially linked to the independent analysis of univariate data (scalar valued time series or single channel images). The theoretical grounding of multivariate multifractal analysis has recently shown a potential for quantifying higher-order transient dependence beyond second-order statistics. In this context, we devise an original Bayesian framework for bivariate multifractal analyses, combining a novel and generic multivariate statistical model, a Whittle-based likelihood approximation and a data augmentation strategy. The methodology followed allows the design efficient parameter estimators for two relevant choices of priors using Gibbs sampling algorithms. Monte Carlo simulations, performed on synthetic bivariate data, for different multifractal parameter configurations and sample sizes, validate the proposed framework demonstrating a significant improvement in terms of estimation performance over the state of the art, at only a moderate extra computational cost. Finally, real-world data modeling benefits are shown using multichannel physiological signals in the important application of drowsiness detection.

## ***Bootstrap for testing the equality of selfsimilarity exponents across multivariate time series***

**Charles-Gérard Lucas**

EXP

ENS de Lyon

Because of the ever-increasing collections of multivariate data, multivariate selfsimilarity has become a widely used model for scale-free dynamics, with successful applications in numerous different fields. Multivariate selfsimilarity exponent estimation has therefore received considerable attention, with notably an original procedure recently proposed and based on the eigenvalues of the covariance random matrices of the wavelet coefficients at fixed scales. Expanding on preliminary work aiming to test for the equality of the selfsimilarity exponents in bivariate time series, we propose and study here a truly multivariate procedure that permits, from a single observation of multivariate time series, to test for the equality of several, possibly many, selfsimilarity exponents. It is based on an original bootstrap procedure, applied in a multivariate time-scale domain and designed to effectively capture the scale-dependent joint covariance structure of multivariate wavelet coefficients as well as the associated wavelet eigenvalue structures. Pairwise testing for the equality leads to a clustering strategy to count the number of different selfsimilarity exponents. Extensive simulations conducted on synthetic data, modeled by operator fractional Brownian motions, the reference multivariate selfsimilarity model, permit to show that the proposed multivariate time-scale domain bootstrap based test yields the targeted significance level under the null hypothesis (all selfsimilarity exponents are equal) and to assess the clustering performance. This analysis leads us to conclude that the proposed test for the equality of multivariate selfsimilarity exponents is effective and ready for use on (a single time series of) real data. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Patrice Abry, Herwig Wendt, Gustavo Didier.

## ***On Hölder regularity of functions on Lie groups and the sphere***

**Arman Molla**

EXP

Université de Liège

Multifractal analysis is a very recent branch of mathematics studying the point-wise behavior of a locally bounded function to determine its Hölder exponent and its multifractal or monofractal nature. It has already been widely studied for functions defined on the Euclidean space  $\mathbb{R}^n$ . However, very few was done in a more general context. For example, it could be useful to define such concepts on some manifolds. In this talk, we will extend the concepts of pointwise, local and uniform Hölder spaces in a consistent manner to the case of unimodular Lie groups and obtain the same kind of characterizations as in  $\mathbb{R}^n$ , with a few differences depending on geometric properties of the group. As an immediate application, we will construct Hölder spaces on the sphere  $S^2$  with an exposition of how the computations can be done easily to deal with the problem in practice.

## ***A refinement of the $S^\nu$ -based multifractal formalism***

**Samuel Nicolay**

EXP

Université de Liège

In this work, we introduce a generalization of the  $S^\nu$  spaces underlying a multifractal formalism for non-concave spectra. We prove that the essential topological properties of the  $S^\nu$  spaces can be transposed in this context; in particular, these new spaces are metric. More importantly, we show that the associated multifractal formalism can detect the logarithmic correction in a Brownian motion resulting from the law of the iterated logarithm. We also build two families of multifractal functions with prescribed pointwise regularity and displaying a logarithmic correction in order to illustrate the usefulness of these generalized spaces.

## ***Auto-intersections des trajectoires en temps longs du flot d'un gaz de Lorentz $\mathbb{Z}$ -périodique***

**Maxence Phalempin**

EXP

Université de Brest

H. A. Lorentz a introduit en 1905 un modèle physique afin de décrire le mouvement des électrons dans un métal faiblement conducteur. Dans ce modèle, un électron est représenté par une particule ponctuelle se déplaçant à vitesse constante et rebondissant sur des obstacles circulaires (modélisant les atomes du métal). On présente ici le modèle de gaz de Lorentz  $\mathbb{Z}$ -périodique (sur un tube) d'horizon fini. Ce système muni de la mesure de Liouville étant récurrent et ergodique, on s'intéresse alors à la vitesse de croissance du nombre d'auto-intersections des trajectoires pris sur des temps longs en vue d'obtenir un résultat de type théorème limite pour cette observable. Un tel système peut s'identifier à un flot spécial au-dessus d'une  $\mathbb{Z}$ -extension d'un billard de Sinai et la nature même du flot permet de se réduire à compter les auto-intersections entre les réflexions sur la  $\mathbb{Z}$ -extension. Puis, à l'aide des propriétés de décorrélation du billard de Sinai probabilisé, on peut découpler le comportement de la trajectoire au niveau local de l'exploration globale de la  $\mathbb{Z}$ -extension par celle-ci; l'exploration de la  $\mathbb{Z}$ -extension s'apparentant au temps local d'une marche aléatoire à une dimension on sera en mesure de conclure.

## ***Dualité et machines de Moore***

**Jacques Peyrière**

EXP

Université Paris-Saclay

Nous donnons un algorithme simple pour déterminer l'automate minimal équivalent à un automate donné. Cet algorithme s'applique aussi aux substitutions.

# ***Une nouvelle caractérisation des exposants de régularités ponctuelles pour les trajectoires non-localement bornées***

**Guillaume Saes**

EXP

Université de Mons

Les méthodes par ondelettes sont devenues des outils robustes à l'analyse multifractale afin de donner une caractérisation pertinente et numériquement estimable aux différents exposants de régularités ponctuelles (Hölder,  $p$ -exposant, lacunarité, oscillation,...). Cependant, il existe des processus autosimilaires homogènes, comme les sommes de pulses aléatoires (sommes de fonctions régulières dont les dilatations et translations sont aléatoires), où il est plus facile d'estimer certains coefficients continus en ondelettes pour les calculs de spectre. Ainsi, le but de cet exposé est de présenter une nouvelle caractérisation des  $p$ -exposants par ces coefficients et de montrer différentes applications incluant les sommes de pulses aléatoires.